Compter

- **Un référentiel de mathématiques**
- **Un outil de formation**

Marie-Alix GIRODET
Jean-Pierre LECLÈRE

Avec le soutien de la Fondation





La Fondation des Caisses d'Épargne pour la solidarité



*Créée par les Caisses d'Épargne et de Prévoyance et la Caisse Nationale des Caisses d'Épargne et reconnue d'utilité publique en avril 2001, la **Fondation Caisses d'Épargne pour la solidarité** mène des actions de lutte contre les formes de dépendance, d'isolement liées au grand âge, à la maladie, au handicap ou encore à des situations d'exclusion sociale.*

Elle se singularise par la diversité de ses modes d'intervention de trois manières.

- **Opérateur à but non lucratif du secteur sanitaire et médico-social en sa qualité de gestionnaire d'établissements et de services.**
  Ainsi au 1er juillet 2005, la Fondation représente le premier réseau privé à but non lucratif pour l'hébergement de personnes âgées en France avec 69 établissements et services pour personnes âgées, malades ou handicapées. Ses 2 700 salariés accueillent et accompagnent 4 500 résidents et sont à l'écoute de 4 500 abonnés aux services de maintien à domicile.
- **Acteur direct de la lutte contre l'exclusion sociale**, la Fondation Caisses d'épargne pour la solidarité conçoit et met en place des actions de terrain comme le dispositif « Savoirs pour réussir » en matière de lutte contre l'illettrisme afin de permettre à des jeunes de 18 à 25 ans de reprendre contact avec la lecture, l'écriture et le calcul, pour pouvoir à terme suivre une formation et s'insérer dans la vie professionnelle.
  Au 1er juillet 2005, cinq associations « Savoirs pour réussir » fonctionnent à Marseille, au Havre, à Chalons-en-Champagne, à Chambéry et à Bordeaux ; tandis que 14 caisses d'épargne sont engagées dans la création et l'ouverture d'un site « Savoirs pour réussir ».
- **Financeur de projets innovants,** qu'elle sélectionne et évalue dans le cadre de onze opérations d'intérêt général.

Enfin, la Fondation abrite au 1er juillet 2005, 9 fondations sous égide.
Vous pouvez consulter le site internet de « savoirs pour réussir » www.savoirspourreussir.fr

Le mot de L’ANLCI

Il existe aujourd’hui en France environ trois millions de personnes qui, bien qu’ayant été scolarisées, ont du mal à lire, à écrire et à comprendre un message simple en rapport avec la vie quotidienne. Pour certaines d’entre elles, ces difficultés peuvent se combiner à des degrés divers avec une maîtrise insuffisante d’autres compétences de base comme la communication orale, le raisonnement logique, la compréhension et l’utilisation des nombres et des opérations mathématiques.

L’Agence Nationale de Lutte contre l'Illettrisme a été créée en fin d’année 2000 sous la forme d’un groupement d’intérêt public, dans le but de fédérer et d’optimiser les moyens de l’État, des collectivités territoriales, des entreprises et de la société civile en matière de lutte contre l’illettrisme. Son rôle est de définir des priorités d’action et d’accélérer leur mise en œuvre : mesure de l’illettrisme, élaboration et diffusion d’un cadre commun de référence, impulsion et coordination de projets, échange de bonnes pratiques. L’ANLCI s’appuie sur la mise en place de plans régionaux pour rendre plus lisibles les partenariats entre l’État, les collectivités territoriales, la société civile et les entreprises qui contribuent à prévenir et résorber l’illettrisme. Cet effort de clarification et d’organisation s’accompagne d’un effort de valorisation et de diffusion des bonnes pratiques afin d’accélérer les transferts d’expérience et de faciliter la montée en compétences des acteurs.

Ce référentiel permettra, nous n’en doutons pas, de combler un vide évident. La capacité à utiliser les mathématiques dans la vie de tous les jours ne doit pas être séparée des autres compétences de base. L’intérêt de cet outil est d’aider les formateurs à faire en sorte qu’il n’y ait pas de segmentation dans les compétences de base et à comprendre les connexions, les interactions qu’il y a entre apprendre à lire, à écrire et à compter… Très attendue des praticiens de la lutte contre l’illettrisme, c’est tout naturellement que la publication des travaux de Marie-Alix Girodet et de Jean-Pierre Leclère avait été annoncée dans le guide « Référentiels et outils d’évaluation des compétences de base » diffusé par l’Agence Nationale de Lutte contre l'Illettrisme depuis 2005.

C’est donc avec beaucoup d’intérêt et de plaisir que l’ANLCI a vu un des ses partenaires les plus fidèles, **la Fondation des Caisses d’Epargne pour la Solidarité**, soutenir le travail de mise au point du présent référentiel. En effet cette dernière s’est impliquée avec son efficacité habituelle depuis le début dans l’opération, finançant le plan de recherche-action, les travaux de rédaction et enfin la publication finale du document.

Marie-Thérèse GEFFROY

Directrice de l’Agence Nationale de Lutte contre l’Illettrisme

Marie-Alix Girodet

Mathématicienne
Maître de conférences à l'université Paris 5 - Sorbonne

Entrée au C.N.R.S en 1966 dans l'équipe du Professeur Jean-Louis Lions à l'Institut Blaise Pascal, Marie-Alix Girodet s'est orientée au début des années 1970 vers une carrière universitaire peu classique en s'intéressant tout particulièrement à la didactique des mathématiques, d'abord en direction des élèves de l'école élémentaire et des personnels de l'Éducation nationale, puis en direction de publics en difficulté dans le domaine des mathématiques. Élargissant cette perspective, elle a travaillé sur les pratiques quotidiennes en mathématiques dans différentes cultures en adoptant une approche « ethno-mathématique », situant les mathématiques à la jonction de plusieurs disciplines : la sociologie, l'anthropologie et les mathématiques.

Principales publications

- *L'influence des cultures sur les pratiques quotidiennes de calcul*, coll. CREDIF, Essais, Didier, 1996.
- *Les mathématiques et les formations de base* in *Économie et humanisme*, 2002.
- *Nouveau Lettris* (co-auteur), Nathan, 2003.
- *Dire et écrire les nombres en français, les difficultés de la numération parlée française* in *Enseigner le français, revue pédagogique : mission laïque française*, 2004.
- *Mathématique, illettrisme, et pratiques* in *Forum permanent des pratiques*, ANLCI, 2005.

Jean-Pierre Leclère

Maître de conférences en sciences de l'éducation, spécialité didactique des mathématiques, à l'IUFM du Nord-Pas-de-Calais

Jean-Pierre Leclère est docteur en didactique des mathématiques. Il fait partie de l'équipe de recherche THEODILE (Lille 3) et de l'équipe de recherche ECHILL HILL-ERTE 25. Maître de conférences à l'IUFM de Lille, il est également chargé de cours dans la licence professionnelle « Formation de formateurs : Développement des connaissances de base et médiation des apprentissages » du CFC de Paris 5. Il est formateur de formateurs et est spécialiste en didactique des adultes. Le sujet de sa thèse était « Faire faire des mathématiques à un public en situation d'illettrisme : le contraire d'une utopie ».

Dernières publications

- *Nouveau Lettris* (co-auteur), Nathan 2003.
- *Accompagner les accompagnants à la scolarité* in *Cahiers pédagogiques*, 2003.
- *Le tableau numérique : un objet de formation* in *Spirale*, 2003.

Sommaire

DEGRÉ 1 : Repères structurants

Compétences permettant de se repérer dans l'univers de l'écrit (identification des signes et des mots), dans l'univers des nombres (base de la numération), dans l'espace et dans le temps, de participer à des échanges oraux avec des questions-réponses simples, etc.[1]

Numération orale

Numération écrite

Calcul mental

1. *Lutter ensemble contre l'illettrisme, Cadre national de référence*, ANLCI, septembre 2003, p. 31.

Ordre

Mesure

Outils de tracé

Structuration de l'espace

Sommaire

DEGRÉ 2 : Compétences fonctionnelles pour la vie courante

Compétences permettant, dans un environnement familier, de lire et d'écrire des phrases simples, de trouver des informations dans des documents courants, de donner et de prendre des informations orales lors d'un entretien, de résoudre des problèmes de la vie quotidienne nécessitant des calculs simples, etc.
Les personnes concernées s'acheminent vers la mise en place de savoir-faire d'ordre linguistique, cognitif, mathématique, mais ceux-ci sont encore étroitement finalisés sur les situations pratiques de leur vie quotidienne[2].

■ Connaissance des nombres

■ Calcul mental

■ Techniques opératoires

2. *Lutter ensemble contre l'illettrisme, Cadre national de référence*, ANLCI, septembre 2003, p. 31.

Problèmes additifs

Problèmes multiplicatifs

Mesure et système métrique

Tracés géométriques

Sommaire

BANQUE DE SITUATIONS

Jeux

Activités numériques

Activités géométriques

Vie quotidienne

BOUSSOLE

Introduction

Le dispositif *Compter*[3] est à la fois un **référentiel** et un **outil de formation.**
Il est destiné aux formateurs devant enseigner les mathématiques à des publics en situation d'illettrisme.
Notre double expérience de formateurs et formateurs de formateurs nous a conduits à créer ce dispositif devant le manque évident de documents pour les formateurs enseignant les mathématiques à des adultes de faible niveau.

Pour ce faire, nous nous sommes basés sur le **Cadre national de référence réalisé par l'Agence nationale de lutte contre l'illettrisme** (ANLCI).
Il repère **quatre paliers** permettant de baliser la progression vers la maîtrise des compétences de base.

DEGRÉ 1 : Repères structurants

Compétences permettant de se repérer dans l'univers de l'écrit (identification des signes et des mots), dans l'univers des nombres (base de la numération), dans l'espace et dans le temps, de participer à des échanges oraux avec des questions-réponses simples, etc.

DEGRÉ 2 : Compétences fonctionnelles pour la vie courante

Compétences permettant, dans un environnement familier, de lire et d'écrire des phrases simples, de trouver des informations dans des documents courants, de donner et de prendre des informations orales lors d'un entretien, de résoudre des problèmes de la vie quotidienne nécessitant des calculs simples, etc.
Les personnes concernées s'acheminent vers la mise en place de savoir-faire d'ordre linguistique, cognitif, mathématique, mais ceux-ci sont encore étroitement liés aux situations pratiques de leur vie quotidienne.

DEGRÉ 3 : Compétences facilitant l'action dans des situations variées

Ces compétences permettent de lire et d'écrire des textes courts, d'argumenter, de résoudre des problèmes plus complexes, d'utiliser plus largement des supports numériques, etc. […]
Le degré 3 est proche du niveau du certificat de formation générale.

DEGRÉ 4 : Compétences renforçant l'autonomie pour agir dans la société de la connaissance

Ce degré regroupe l'ensemble des compétences nécessaires pour être à l'aise dans la société, s'adapter aux évolutions et continuer à se former. Il correspond au bagage de fin de scolarité obligatoire. Le degré 4 est proche des exigences de formation générale des qualifications de niveau V (CAP, BEP, Brevet des collèges, etc.).[4] »

3. *Compter* a été annoncé dans l'étude de l'ANLCI sur les référentiels destinés aux formateurs des publics en situation d'illettrisme.
4. *Lutter ensemble contre l'illettrisme, Cadre national de référence*, ANLCI, septembre 2003, pp. 30, 31, 32.

C'est la non-maîtrise des degrés 1 et 2 qui caractérise une situation d'illettrisme.
Le manque de référentiel mathématique est patent à ce niveau, alors que l'on trouve plusieurs référentiels pour les degrés 3 et 4.
Nous avons donc fait le choix avec *Compter* de ne décrire que les **compétences mathématiques nécessaires pour acquérir les degrés 1 et 2**.

Le public en formation concerné par ce référentiel rassemble aussi bien des adultes illettrés ayant eu des difficultés à l'école primaire que des jeunes, en rupture sociale ou scolaire, et des migrants, analphabètes ou non. Ce public, dit de bas niveau de qualification, correspond aux niveaux VI et V[5] de la formation professionnelle française.

Nous tenons à remercier la « Fondation Caisses d'Épargne pour la solidarité » de nous avoir donné l'opportunité de réaliser ce travail.

Les auteurs.

5. Niveau VI et V bis : sorties sans formation professionnelle terminée ; Niveau V : sorties après terminale de CAP ou de BEP ou par abandon avant le baccalauréat.

Idées fondatrices

■ Faire des mathématiques en situation d'illettrisme est possible

On peut faire des mathématiques même si on a des difficultés importantes en lecture et en écriture.

■ Faire des mathématiques améliore les compétences en lecture et en écriture

Pour les degrés 1 et 2, l'apprentissage en mathématiques se fait principalement à l'oral, mais la maîtrise de l'écrit mathématique, outil essentiel de communication et de mémoire, demeure l'objectif de la formation. Faire des mathématiques aide donc à la maîtrise progressive de la lecture et de l'écriture.

■ Découper les apprentissages mathématiques en notions élémentaires…

La structure de notre référentiel repose sur un découpage des apprentissages en degrés, champs et objectifs. Ces derniers portent sur des points-clé et forment un balisage simple d'utilisation pour les formateurs.

■ … et mettre en valeur des apprentissages mathématiques progressifs

Le découpage en objectifs du référentiel ne doit pas faire oublier que les mathématiques s'apprennent de façon continue. Le référentiel repère des notions mathématiques transversales qui sont des savoirs fondamentaux que les adultes vont acquérir progressivement.

■ Lier les apprentissages mathématiques aux autres apprentissages

Les apprentissages mathématiques doivent être liés (en particulier pour un public adulte illettré) aux autres « matières » – telles que la lecture, l'écriture, les sciences cognitives – ainsi qu'aux situations de la vie quotidienne, sociale et professionnelle. *Compter* lie ainsi constamment les apprentissages mathématiques à des apprentissages transdisciplinaires. Il s'appuie pour ce faire sur les apports de la didactique et de l'ethno-mathématique.

■ Proposer aux formateurs un référentiel de mathématiques de type « boîte à outils »

Nous n'avons pas souhaité fournir une information exhaustive traitant toutes les mathématiques pour les adultes de degré 1 ou 2, mais proposer aux formateurs un outil multiforme, à la fois référentiel et support de formation, qui les aide à construire leur activité de formation en mathématiques.

Le contenu du dispositif *Compter*

Compter, un dispositif innovant à la fois référentiel et outil de formation

■ Un référentiel

Le référentiel de mathématiques pour adultes et jeunes adultes illettrés est enrichi d'une banque de situations.
Le référentiel *Compter* définit un ensemble de savoirs et de savoir-faire théoriques organisés en objectifs mathématiques.
Sa structure est détaillée dans les pages suivantes.

■ Une banque d'exercices

Elle contient **54 exercices** accompagnés de leurs corrigés et de commentaires (analyse des erreurs possibles, conseils pédagogiques et didactiques).
Le cahier est détachable afin de faciliter la photocopie.
Le recto est utilisable avec le stagiaire, le verso propose des pistes pour le formateur. Seuls les rectos sont à photocopier, ce qui facilite la prise en main pour le formateur.
Les exercices ne sont pas tous du même type. Certains sont de simples exercices d'application qui ne prendront que peu de temps à être réalisés au cours d'une séance de formation, d'autres sont de véritables situations-problèmes qui pourront faire l'objet d'une séance complète de formation.

Un CD

• Le CD reprend l'**ensemble du référentiel *Compter* en PDF**, afin de permettre à plusieurs formateurs de le consulter en même temps.

• Ce CD contient également **tous les exercices du référentiel en Word**.
Le formateur peut ainsi utiliser la structure d'un exercice et le transformer en fonction de ses besoins.

• Enfin, le CD met à la disposition des formateurs un **matériel pédagogique complémentaire** (bandes de Napier, bandes de numération, papier pointé...) auquel il est fait référence au sein du document formateur par le renvoi (➜CD Formateur).
Les formateurs pourront ainsi imprimer le nombre d'exemplaires nécessaire.

Un DVD

Le DVD, d'une heure environ, offre une présentation dynamique du référentiel par ses deux auteurs, Marie-Alix Girodet et Jean-Pierre Leclère.
Il leur permet d'expliciter le positionnement d'un référentiel de mathématiques comme *Compter* vis-à-vis du problème de l'illettrisme, d'évoquer les raisons ayant présidé à son élaboration et d'expliquer de vive voix la façon d'utiliser le référentiel.

C'est également l'occasion pour eux de répondre aux questions que peuvent se poser les formateurs, qu'ils soient débutants ou chevronnés, sur les approches didactique, ethno-mathématique et mathématique du référentiel et de lancer quelques pistes de réflexion quant à la formation de publics en situation d'illettrisme.

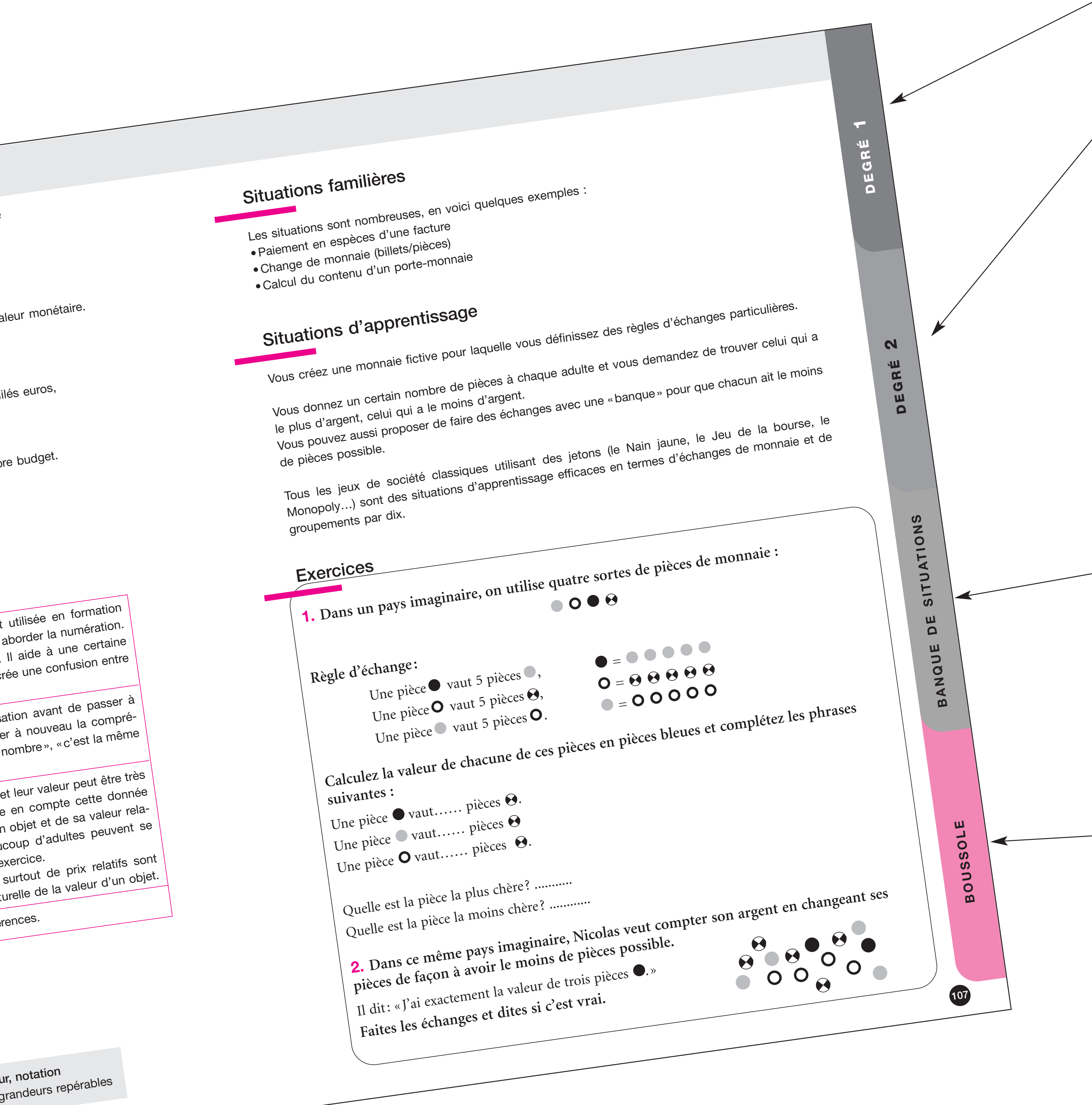
Le menu du DVD permet une navigation fluide.
L'utilisateur peut ainsi consulter en priorité les problématiques auxquelles il est le plus sensible.

• **Sommaire** :

1. Pourquoi avoir rédigé le référentiel *Compter* ?
2. Comment est construit *Compter* ?
3. Comment travailler avec le public concerné ?
4. Comment prendre en compte la culture et l'histoire des personnes ?
5. Quelles mathématiques fait-on avec *Compter* ?
6. Manipulations d'instruments de calcul divers, présentation de techniques opératoires étrangères et de procédures d'adultes en formation.

La structure du référentiel *Compter*

Compter propose une organisation sous la forme de quatre **onglets** définissant **quatre grandes parties.**



DEGRÉ 1

Situations familières

Les situations sont nombreuses, en voici quelques exemples :

- Paiement en espèces d'une facture
- Change de monnaie (billets/pièces)
- Calcul du contenu d'un porte-monnaie

Situations d'apprentissage

Vous créez une monnaie fictive pour laquelle vous définissez des règles d'échanges particulières.

Vous donnez un certain nombre de pièces à chaque adulte et vous demandez de trouver celui qui a le plus d'argent, celui qui a le moins d'argent.

Vous pouvez aussi proposer de faire des échanges avec une « banque » pour que chacun ait le moins de pièces possible.

Tous les jeux de société classiques utilisant des jetons (le Nain jaune, le Jeu de la bourse, le Monopoly…) sont des situations d'apprentissage efficaces en termes d'échanges de monnaie et de groupements par dix.

Exercices

1. Dans un pays imaginaire, on utilise quatre sortes de pièces de monnaie :

Règle d'échange :

Une pièce vaut 5 pièces ,
Une pièce vaut 5 pièces ,
Une pièce vaut 5 pièces .

Calculez la valeur de chacune de ces pièces en pièces bleues et complétez les phrases suivantes :

Une pièce vaut…… pièces .
Une pièce vaut…… pièces
Une pièce vaut…… pièces .

Quelle est la pièce la plus chère? ....
Quelle est la pièce la moins chère? ....

2. Dans ce même pays imaginaire, Nicolas veut compter son argent en changeant ses pièces de façon à avoir le moins de pièces possible.

Il dit : « J'ai exactement la valeur de trois pièces . »

Faites les échanges et dites si c'est vrai.

DEGRÉ 2

BANQUE DE SITUATIONS

BOUSSOLE

107

Le **référentiel par champs mathématiques** est découpé en deux degrés, correspondant aux **degrés 1 et 2** définis par le cadre national de référence de l'ANLCI.

• Le degré 1 et le degré 2 contiennent chacun **7 champs mathématiques** :

- **degré 1** : Numération orale, Numération écrite, Calcul mental, Ordre, Mesure, Outils de tracé et Structuration de l'espace ;
- **degré 2** : Connaissance des nombres, Calcul mental, Techniques opératoires, Problèmes additifs, Problèmes multiplicatifs, Mesure et système métrique, Tracés géométriques.

On peut classer ces champs en deux blocs, l'un géométrique et l'autre numérique, ayant en commun les champs relatifs à la mesure :

	BLOC NUMÉRIQUE						
Degré 1	Numération orale	Numération écrite	Calcul mental	Ordre	Mesure	Structuration de l'espace	Outils de tracé
Degré 2	Problèmes additifs		Problèmes multiplicatifs		Mesure et système métrique	Tracés géométriques	
	Connaissance des nombres		Calcul mental	Techniques opératoires			
					BLOC GÉOMÉTRIQUE		

• Enfin, chaque champ est abordé à travers **8 objectifs mathématiques**, qui constituent un balisage des points-clé à acquérir.

La **banque de situations** a pour objectif de proposer des situations mathématiques en lien avec le référentiel par champs.

Il s'agit de donner des idées d'activités mathématiques permettant d'introduire ou de réinvestir des objectifs du référentiel. C'est donc davantage une banque d'idées qu'un fascicule pédagogique d'où le formateur extrairait des situations applicables telles quelles.

Il y a **16 situations** réparties dans **4 grands domaines** (jeux, activités numériques, activités géométriques, vie quotidienne). Certaines visent un public défini (féminin, masculin), d'autres introduisent le jeu ou une situation de la vie quotidienne avec des documents authentiques comme éléments de formation.

La boussole contient des compléments mathématiques.

- La liste des **notions mathématiques transversales**, savoirs fondamentaux sous-jacents aux objectifs du référentiel que chaque adulte doit s'approprier progressivement au fur et à mesure de la formation ;

- Un lexique des **références théoriques** qui explicite les notions-clé repérées dans le référentiel.

Les notions mathématiques transversales et les références théoriques sont signalées tout au long du référentiel objectif par objectif.

Mode d'emploi

Double page Ouverture de champ

Ces pages introduisent les différents champs mathématiques des degrés 1 et 2.

Le champ.

Le degré.

L'objectif général du champ.

Le degré 1 est subdivisé en deux niveaux pour tenir compte de l'hétérogénéité des publics de faible niveau. Trois cas peuvent se présenter :
- les niveaux 1 et 2 sont indiqués : l'objectif présente les deux niveaux de complexité ;
- aucun niveau n'est indiqué : il n'est pas nécessaire de scinder l'objectif en deux niveaux ;
- seul le niveau 2 est indiqué : l'objectif ne peut être atteint que si les objectifs de niveau 1 du champ correspondant ont été atteints.

Il n'est pas obligatoire d'aborder tous les objectifs, ni de les aborder dans l'ordre, de 1 à 8.
Mais il existe un ordre lié à l'acquisition des compétences et une hiérarchie de difficulté qu'il faut respecter, et que ce schéma synthétise.

DEGRÉ 1 **Numération orale**

L'objectif général de ce champ est la maîtrise de la numération orale jusqu'à 9999 et le passage de la numération écrite à la numération orale et vice versa. Le passage de notre numération écrite, qui fonctionne exclusivement en base dix (dix signes nécessaires pour écrire n'importe quel nombre), à notre numération orale (vingt-six mots) est complexe.

Sommaire des objectifs

1 ▸ Dire, entendre et lire les « cents » et les « mille »
niveau 1 : Figurer à l'aide de matériel des nombres dits oralement (composés uniquement de centaines et de milliers).
niveau 2 : Dire, lire et écrire ces nombres.

2 ▸ Dire, entendre et lire les dizaines et les nombres de 10 à 20
niveau 1 : Figurer à l'aide de matériel des nombres dits oralement (les dizaines et les nombres de 10 à 20).
niveau 2 : Dire, lire et écrire ces nombres.

3 ▸ Dire, entendre et lire les nombres jusqu'à 100
niveau 1 : Savoir figurer à l'aide de matériel n'importe quel nombre de 1 à 100 dit oralement.
niveau 2 : Dire, lire et écrire ces nombres.

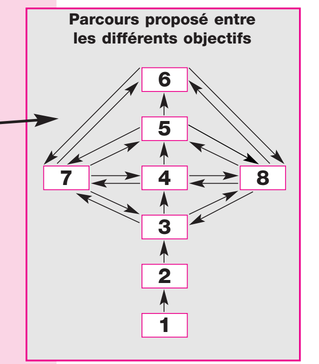
4 ▸ Entendre un nombre et l'écrire en chiffres (sans zéro médial dans l'écriture)
niveau 2 : Pouvoir passer de l'écoute d'un nombre à son écriture en chiffres de 1 à 9999.

5 ▸ Entendre un nombre et l'écrire en chiffres jusqu'à 9999
niveau 2 : Pouvoir passer de l'écoute de n'importe quel nombre à son écriture en chiffres (avec des zéros médiaux).

6 ▸ Lire et écrire un nombre en chiffres et en lettres
niveau 2 : Savoir lire n'importe quel nombre écrit en chiffres et l'écrire en lettres et réciproquement.

7 ▸ Dire, entendre et lire les nombres de la vie quotidienne
niveau 1 : Savoir reconnaître, lire et utiliser les nombres de la vie quotidienne (nombres usuels).
niveau 2 : Savoir reconnaître, lire et utiliser les nombres de la vie quotidienne.

8 ▸ Acquérir une perspective ethno-mathématique
Le groupement par vingt.
Les irrégularités dans d'autres langues.



32

◗ 7 champs par degré
◗ 14 champs en tout

Un éclairage historique, un commentaire d'experts.

« Lorsque l'on parle de numérations, on a souvent l'habitude de restreindre ce mot aux numérations écrites. Ce serait mutiler dangereusement le sujet si on négligeait l'importance de la numération figurée et de la numération parlée, car la numération écrite n'a été inventée que pour conserver le souvenir de ce qui appartenait initialement au geste et à la parole. »

Geneviève Guittel, *Histoire comparée des numérations écrites*, Éd. Flammarion, Paris, 1975.

Ce paragraphe présente l'articulation du champ concerné avec les autres champs du référentiel, afin d'aider le formateur à construire sa formation mathématique en repérant les champs complémentaires et en établissant des ponts entre les degrés 1 et 2. Par exemple, pour arriver à une maîtrise de la numération, il est nécessaire d'aborder les champs de la numération écrite et orale. De plus, ces deux champs doivent impérativement être étudiés avant le champ « Connaissance des nombres » du degré 2.

Relations entre les champs

Nous distinguons dans ce référentiel deux champs complémentaires qui doivent être travaillés de manière indépendante afin d'aboutir à la maîtrise de la numération :
- le champ « Numération écrite », relatif à la numération écrite et à la numération figurée ;
- le champ « Numération orale », relatif à la numération orale et au passage de la numération orale à la numération écrite.

Sous-jacents théoriques

Cette rubrique est destinée à aider le formateur en rappelant quelques bases théoriques indispensables, qui lui permettront de comprendre les obstacles sur lesquels les stagiaires peuvent buter et de les aider à les dépasser.

■ Numération orale à base dix et à base vingt

Nous sommes héritiers d'une numération parlée complexe où se mêlent à la fois la **base dix** et la **base vingt**. Pour énoncer verbalement nos nombres, tout se passe comme si nous comptions à la fois :
- avec nos mains jusqu'au nombre 60 (numération figurée à base dix), exemple : **dix-sept,**
- avec nos mains et nos pieds de 60 à 100 (numération figurée à base vingt), exemple : **quatre-vingts**.

Pour dire n'importe quel nombre en français jusqu'à 9999, nous avons besoin de vingt-quatre mots : « un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix, onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize, vingt, trente, quarante, cinquante, soixante, cent, mille » et du coordinateur « et ».

■ Règles principales de la numération parlée française

Règle d'ordre. Pour lire un nombre, on commence par la plus grande puissance de la base (gauche).

Règle additive. Tout nombre dit **après** une puissance de la base l'additionne :
« dix-sept » veut dire 10 + 7 donc 17 ;
« dix-neuf » veut dire 10 + 9 donc 19.

Règle multiplicative. Tout nombre dit **avant** une puissance de la base la multiplie :
« deux cents » veut dire 2 x 100 donc 200 ;
« quatre mille » veut dire 4 x 1 000 donc 4 000.

On peut ainsi distinguer « mille quatre », 1 000 + 4, donc 1 004, de « quatre mille », 4 x 1 000, donc 4 000.

Héritage de notre histoire et de notre culture, il existe de surcroît un grand nombre d'irrégularités qui doivent être exhibées très clairement.

Exemples :
- onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize (-*ze* veut dire + 10) au lieu de « dix-un, dix-deux », etc. comme on dit « dix-sept » ;
- trente, quarante, cinquante, soixante (-*ante* veut dire x 10) au lieu de « trois-dix, quatre-dix », etc. ;
- soixante-dix (60 + 10) ;
- vingt (vient du latin *viginti*), quatre-vingts (4 x 20) ;
- quatre-vingt-dix (4 x 20 + 10).

DEGRÉ 1 | DEGRÉ 2 | BANQUE DE SITUATIONS | BOUSSOLE

33

Mode d’emploi

Double page Objectif

La page de gauche présente des savoirs et des savoir-faire théoriques ainsi que des éléments didactiques en lien avec l’objectif concerné.
La page de droite propose une mise en pratique de ces notions dans des situations-problèmes et des exercices directement exploitables en formation.

L’objectif mathématique visé.

Les compétences mathématiques à acquérir grâce à cet objectif.

Éléments que le formateur peut faire varier pour présenter les situations-problèmes et les exercices à un niveau adéquat pour chaque stagiaire.

Cette rubrique présente les « **liens** » existant entre les mathématiques et les autres domaines. Elle repère également les « **nœuds** », points mathématiques fondamentaux dont l’enseignement est incontournable et qui représentent un obstacle conceptuel à franchir.

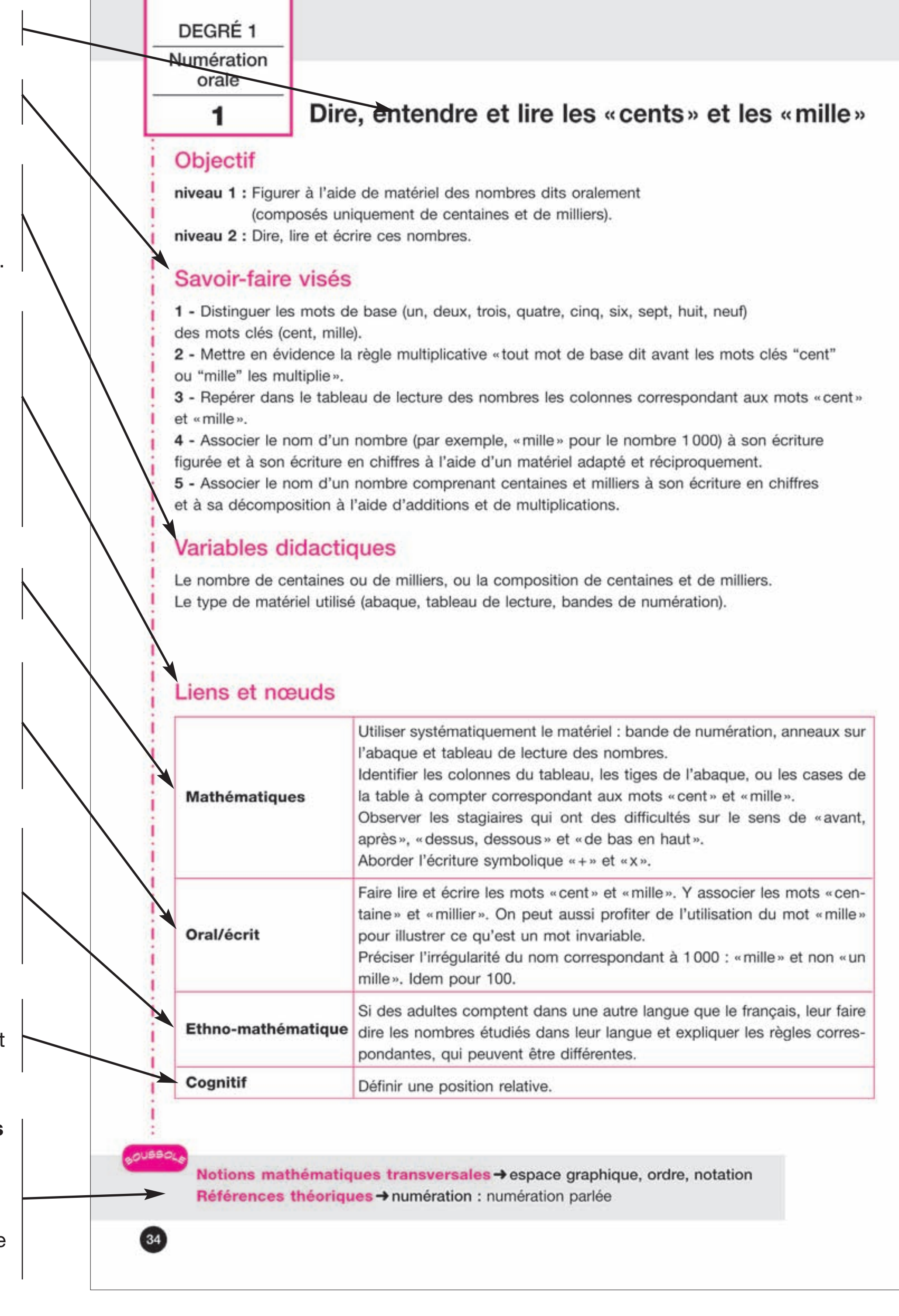
Quelques réflexions et observations sur les conditions didactiques.

Cette rubrique vise à développer les liens possibles des mathématiques avec les différents types de communication (orale, écrite, symbolique ou figurée).

Dans une formation d’adultes d’origines sociales et culturelles diverses, la **part ethno-mathématique** doit être mise en évidence.

Les apprentissages cognitifs principalement mis en œuvre dans cet objectif.

La **boîte Boussole** repère les **notions mathématiques transversales** et les **références théoriques** mises en œuvre dans l’objectif concerné. Elle renvoie à la partie « Boussole », située à la fin du référentiel.



DEGRÉ 1
Numération orale
1

Dire, entendre et lire les « cents » et les « mille »

Objectif

niveau 1 : Figurer à l’aide de matériel des nombres dits oralement (composés uniquement de centaines et de milliers).
niveau 2 : Dire, lire et écrire ces nombres.

Savoir-faire visés

1 - Distinguer les mots de base (un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf) des mots clés (cent, mille).
2 - Mettre en évidence la règle multiplicative « tout mot de base dit avant les mots clés “cent” ou “mille” les multiplie ».
3 - Repérer dans le tableau de lecture des nombres les colonnes correspondant aux mots « cent » et « mille ».
4 - Associer le nom d’un nombre (par exemple, « mille » pour le nombre 1 000) à son écriture figurée et à son écriture en chiffres à l’aide d’un matériel adapté et réciproquement.
5 - Associer le nom d’un nombre comprenant centaines et milliers à son écriture en chiffres et à sa décomposition à l’aide d’additions et de multiplications.

Variables didactiques

Le nombre de centaines ou de milliers, ou la composition de centaines et de milliers.
Le type de matériel utilisé (abaque, tableau de lecture, bandes de numération).

Liens et nœuds

Mathématiques	Utiliser systématiquement le matériel : bande de numération, anneaux sur l’abaque et tableau de lecture des nombres. Identifier les colonnes du tableau, les tiges de l’abaque, ou les cases de la table à compter correspondant aux mots « cent » et « mille ». Observer les stagiaires qui ont des difficultés sur le sens de « avant, après », « dessus, dessous » et « de bas en haut ». Aborder l’écriture symbolique « + » et « x ».
Oral/écrit	Faire lire et écrire les mots « cent » et « mille ». Y associer les mots « centaine » et « millier ». On peut aussi profiter de l’utilisation du mot « mille » pour illustrer ce qu’est un mot invariable. Préciser l’irrégularité du nom correspondant à 1 000 : « mille » et non « un mille ». Idem pour 100.
Ethno-mathématique	Si des adultes comptent dans une autre langue que le français, leur faire dire les nombres étudiés dans leur langue et expliquer les règles correspondantes, qui peuvent être différentes.
Cognitif	Définir une position relative.

BOUSSOLE
Notions mathématiques transversales → espace graphique, ordre, notation
Références théoriques → numération : numération parlée

34

8 objectifs par champ

Les **situations familières** proposent des exemples de la vie quotidienne illustrant l'objectif étudié.

Quelques pistes de travail individuel ou collectif.

Exercices et problèmes utilisables avec les stagiaires. L'ensemble des exercices est repris dans le CD Formateur (sous Word, afin de pouvoir les adapter aux besoins des stagiaires) et 54 d'entre eux dans la banque d'exercices (livret papier).

DEGRÉ 1 | DEGRÉ 2 | BANQUE DE SITUATIONS | BOUSSOLE

Situations familières

- Pages d'un livre (de l'ordre des centaines habituellement)
- Loyer d'un appartement (300 à 600 €)
- Distance d'un voyage en avion (en général de l'ordre de 1 000 à 5 000 kilomètres)
- En sport, relais 4 x 100 mètres

Situations d'apprentissage

Vous proposez oralement un nombre et demandez de l'écrire d'abord avec le matériel disponible, puis en chiffres.

Exercices

1. **Prenez votre matériel et reproduisez.**

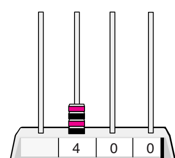


Tableau de lecture des nombres			
mille	**cent**		
	4	0	0

400 se lit de bas en haut **quatre cents**
quatre (fois) **cents**

2. **Utilisez les bandes et complétez les phrases suivantes.**

9 000	se lit	neuf **mille**	ou	9	x	1 000
8 000	se lit	…….. **mille**	ou	….	….	1 000
7 000	se lit	…….. ...……	ou	7	x	……
1 000	se lit	**mille**	ou	1	x	1 000

3. **Utilisez les bandes et complétez le tableau.**

3 200	trois mille deux cents	3 000 + 200
	sept mille trois cents	
6 800		
	quatre mille cinq cents	
		6 000 + 600
	huit mille quatre cents	

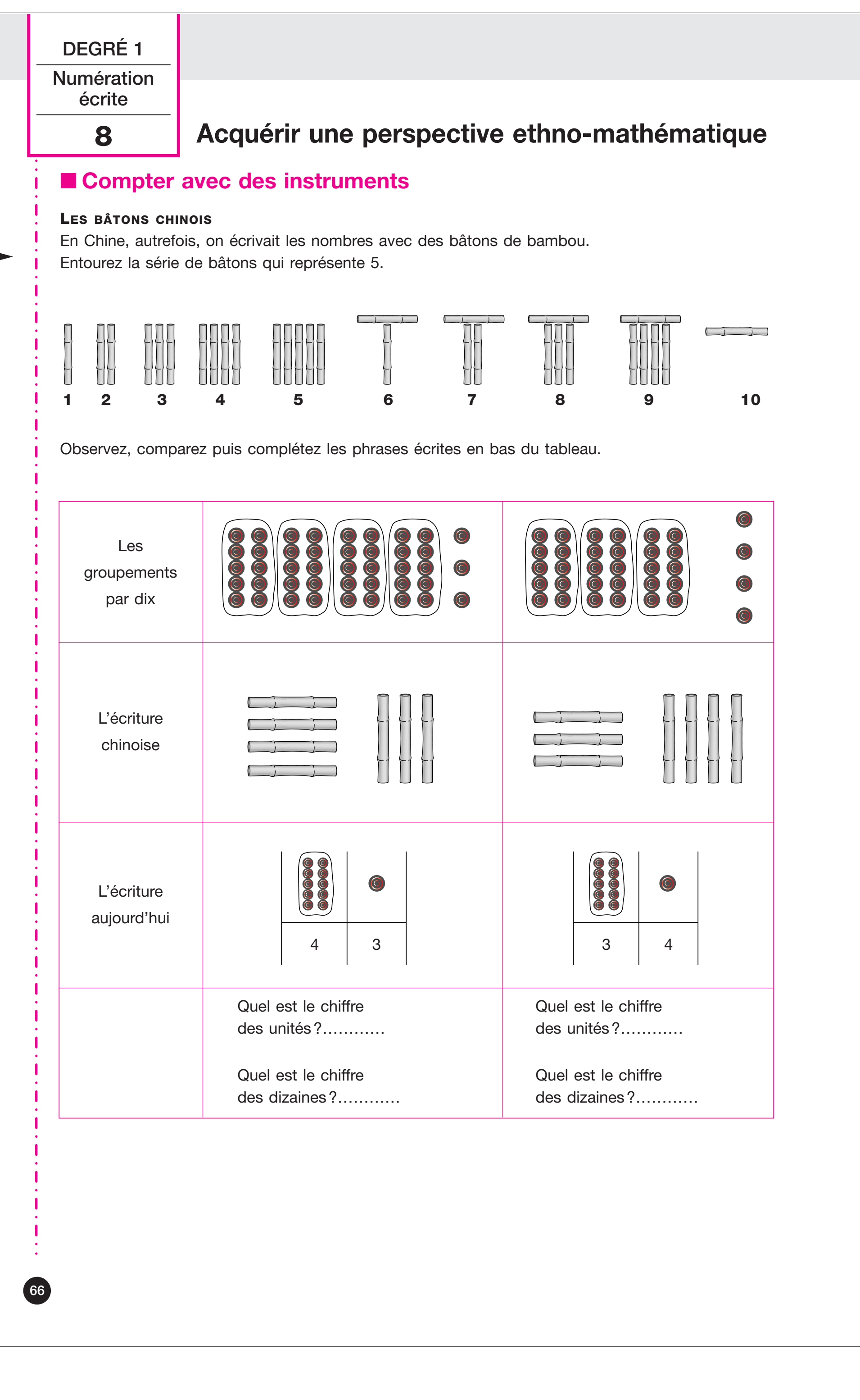
35

Mode d’emploi

Double page Ethno-mathématique

À la fin de chaque champ mathématique, une double page Objectif à tendance ethno-mathématique.
Elle présente des éléments mathématiques historiques et culturels.

Acquérir une perspective ethno-mathématique, c’est **prendre conscience que les mathématiques varient selon les cultures et les époques**. L’ethno-mathématique montre en effet qu’une notion mathématique s’exprime dans des formes différentes selon les cultures et les époques, ce qui permet de mieux faire acquérir le concept mathématique sous-jacent.
Il est également intéressant de mettre en évidence, chaque fois que cela est possible, les différents modes de résolutions des problèmes et les différentes pratiques. Cela fait prendre conscience aux adultes qu’il peut y avoir d’autres voies que celle proposée par l’enseignant pour résoudre le problème.


DEGRÉ 1
Numération écrite
8

Acquérir une perspective ethno-mathématique

Compter avec des instruments

Les bâtons chinois
En Chine, autrefois, on écrivait les nombres avec des bâtons de bambou.
Entourez la série de bâtons qui représente 5.

Observez, comparez puis complétez les phrases écrites en bas du tableau.

Les groupements par dix		
L’écriture chinoise		
L’écriture aujourd’hui	4 3	3 4
	Quel est le chiffre des unités ?............ Quel est le chiffre des dizaines ?............	Quel est le chiffre des unités ?............ Quel est le chiffre des dizaines ?............

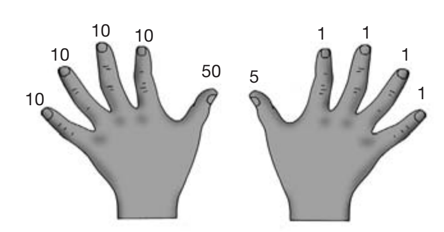
66

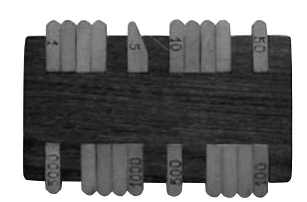
◗ 14 Objectifs d'ethno-mathématique

L'étude des variations culturelles des mathématiques a pour but de **favoriser la prise en compte systématique de la culture des adultes en formation**. L'intérêt pédagogique de cette approche est double. Elle permet tout d'abord une meilleure intégration des savoirs et des savoir-faire de l'étranger, qui se retrouve en position de partager des connaissances. D'autre part, en aidant le stagiaire à faire le lien entre ce qu'il apprend, qui lui est inconnu, et ce qu'il connaît déjà, on facilite l'apprentissage.

La main

La main fut très certainement la première machine à calculer de nos ancêtres.
Elle peut nous aider à compter jusqu'à 10… ou jusqu'à 99 avec un peu d'astuce.

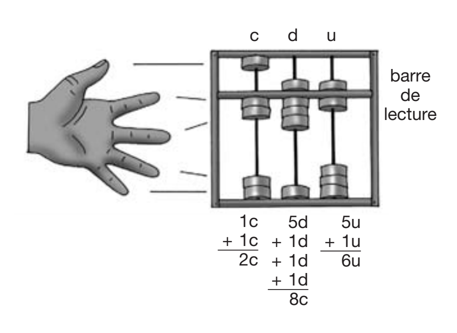


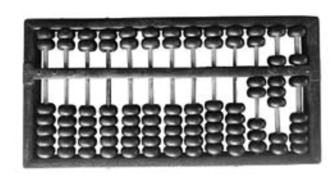


Instrument de comptage de points fourni dans les boîtes de jeu et les bars (début XX[e] siècle).

Les bouliers

Le soroban, boulier japonais, a probablement été inventé pour reproduire le modèle des mains.
Les boules qui sont regroupées près de la barre de lecture représentent le nombre 286.





■ Quelques graphies actuelles

Chiffres hindi

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ○

Chiffres arabes

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ٠

Chiffres gubari

1 2 3 [illegible] [illegible] [illegible] 7 8 9 0

Chiffres que nous utilisons

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Mode d'emploi

Double page Banque de situations

La page de gauche donne des informations didactiques, celle de droite propose des activités qui peuvent être menées et complétées par le formateur en fonction du public concerné.

Il s'agit, à travers une situation :
- d'introduire ou de réinvestir les objectifs mathématiques et les notions mathématiques transversales repérés dans le référentiel par champs ;
- d'élargir l'exploitation de cette situation aux aspects pluridisciplinaires (linguistiques, logiques, techniques) ;

Principaux champs mathématiques du référentiel mis en œuvre dans cette situation.

Les objectifs que l'on peut travailler avec cette situation.

Matériel (individuel ou collectif) nécessaire à l'exploitation de la situation donnée. Nous précisons également la disposition de la salle de formation si elle est particulière.

Cette rubrique fait le point sur les liens spécifiques de cette situation avec les savoirs de base, la linguistique, les compétences transversales. Elle donne également quelques éléments didactiques.

BANQUE DE SITUATIONS
Jeux
3

Tangram 1



▶ **En lien avec** : Degré 1- Structuration de l'espace, Outils de tracé
Degré 2- Mesure et système métrique

Problématique

En utilisant un jeu de type puzzle :
- développer l'utilisation du vocabulaire géométrique ;
- reproduire une figure plane à l'aide de matériel ;
- repérer sur une figure plane les angles à 90°, 45°, 135° (90° + 45°) ;
- repérer des égalités (de longueur, d'angle, de surface) sur des formes géométriques différentes ;
- introduire des cultures différentes ;
- élargir la notion de jeu et mettre en valeur les acquis mathématiques obtenus par la pratique de certains jeux.

Matériel

Le tangram fait partie du domaine des puzzles ayant un nombre de pièces limité. Il est constitué de sept pièces géométriques : cinq triangles rectangles isocèles, un carré, un parallélogramme.



Formateur :
- Un texte court donnant des informations historiques sur ce jeu d'origine chinoise.

Individuel :
- Une feuille cartonnée de 21 x 29,7 sur laquelle est dessiné le carré composé des sept pièces du tangram (voir ci-dessus).
- Des feuilles de papier blanc, des papiers pointés.
- Une paire de ciseaux.
- Les contours de puzzles réalisés avec le tangram, en grandeur réelle ou à des échelles différentes (à distribuer selon les capacités de chacun).

Conclusion

Pour peu que l'on se prenne au jeu, un grand nombre de notions géométriques peuvent être intégrées en manipulant le tangram.
Cette situation associe apprentissage, culture et mathématisation de situations en liant les savoirs de base.
Les communications écrite et orale peuvent et doivent être utilisées à chaque activité.
La précision et l'habileté manuelle sont deux compétences transversales perpétuellement sollicitées au cours de l'utilisation de ce puzzle.
Enfin, la référence ethno-mathématique est évidente pour ce jeu traditionnel chinois dont le nom signifie « la plaquette aux sept astuces » et qui est apparu au XIXe siècle.



◗ 16 situations de réinvestissement

- de développer les capacités mentales liées à la médiation et les compétences transversales liées à l'action en situation telles que se mobiliser, s'informer, communiquer, exécuter, traiter, choisir, coopérer, rendre compte, vérifier, apprécier.

Description des activités et des séquences pédagogiques

Activité 1
Objectif : Découvrir les pièces du tangram. Manier triangle, carré, parallélogramme. Montrer que certaines pièces n'ont pas la même forme mais ont la même surface.
Consigne 1 : à l'aide des pièces A et B, fabriquez les pièces C, D ou E, puis dessinez votre assemblage sur une feuille de papier (on peut donner aux stagiaires une feuille de papier blanc ou du papier pointé).
Il est intéressant de faire découvrir ainsi que les pièces C, D et E ont la même surface (équivalente à la surface de deux pièces A ou de deux pièces B), alors que leurs formes sont différentes. On peut profiter de l'occasion pour rappeler ou faire découvrir les termes « triangle isocèle, triangle rectangle, carré, parallélogramme ».
Consigne 2 : À l'aide des pièces A, B et C, fabriquez la pièce F, puis dessinez votre assemblage sur votre feuille.
Consigne 3 : À l'aide des pièces A, B et D, fabriquez la pièce F, puis dessinez votre assemblage sur votre feuille.
Consigne 4 : À l'aide des pièces A, B et E, fabriquez la pièce F, puis dessinez votre assemblage sur votre feuille. *Il est intéressant de faire découvrir ainsi que l'on peut découper les pièces F ou G de plusieurs façons différentes et que, quel que soit le découpage, les pièces F ou G ont une surface égale à 4 fois la surface d'une pièce A.*

Activité 2
On donne sur une feuille de papier les contours d'un puzzle réalisé avec le tangram en grandeur réelle (échelle 1), par exemple la maison, et on demande aux stagiaires de positionner leurs sept pièces à l'intérieur de ces contours.
Le fait d'avoir le modèle en grandeur réelle simplifie considérablement l'activité. Il est possible de trouver plusieurs solutions suivant le puzzle proposé.

Activité 3
On donne les contours d'un puzzle réalisé avec le tangram en vraie grandeur (échelle 1), par exemple le chat, et on demande aux stagiaires de reproduire ce motif en plaçant leurs sept pièces sur leur table à côté du dessin.
Cela met en jeu des compétences de spatialisation et d'orientation plus délicates à manier car la vérification visuelle ne s'appuie plus sur des dépassements immédiatement repérables.

Activité 4
On donne des modèles qui ne sont pas dessinés à la même échelle que les pièces fournies et on demande aux stagiaires de reproduire un de ces modèles sur leur table (par exemple le tee-shirt).
La difficulté de cette activité tient au fait que, le dessin n'étant pas à l'échelle et plusieurs pièces du tangram étant les « mêmes » proportionnellement, il est difficile de faire un choix entre les différents triangles rectangles isocèles.






DEGRÉ 1 | DEGRÉ 2 | BANQUE DE SITUATIONS | BOUSSOLE

293

Les activités et les séquences pédagogiques possibles autour de cette situation. Il n'est pas obligatoire de les faire toutes. Le formateur peut également les compléter.

Mode d'emploi

Double page Boussole

Tout au long du référentiel, la boîte Boussole située en bas des pages a repéré des notions mathématiques transversales et des références théoriques.
La partie Boussole explicite ces termes.

Notions mathématiques transversales

La boussole liste les notions mathématiques transversales qui ont été repérées tout au long du référentiel. Ces notions constituent un apprentissage continu parallèle à l'apprentissage notion par notion.

Ce tableau recense, pour chaque notion mathématique transversale, les différents objectifs du référentiel et les situations de la banque de situations où elle est mise en œuvre. En montrant les liens possibles entre les divers objectifs, ce tableau permet une **relecture transversale du référentiel par champs mathématiques**, dans le souci d'améliorer une appropriation continue des connaissances mathématiques.



Notions mathématiques transversales

La structure de notre référentiel repose sur un découpage (degrés, champs, objectifs) des apprentissages mathématiques en notions élémentaires. Cela ne doit pas faire perdre de vue que le savoir mathématique s'acquiert de façon continue et qu'il existe des notions mathématiques fondamentales, sous-jacentes aux savoirs spécifiques repérés pour chaque objectif.

Nous proposons donc dans cette double page une **relecture transversale du référentiel** en présentant les notions mathématiques qui nous semblent les plus fondamentales – telles que la décentration, la réversibilité, l'ordre de grandeur – et qui s'acquièreront au fur et à mesure des apprentissages.

La **décentration** est une compétence fondamentale au niveau du repérage spatial, souvent mal maîtrisée même par des adultes lettrés. Elle doit s'acquérir au travers de toutes les situations de formation qui s'y prêtent.

Les tableaux à double entrée, les schémas sous forme de réseaux ou de quadrillages variés sont très utilisés en formation quelle que soit la matière étudiée et foisonnent dans les documents de la vie quotidienne. Leur lecture et leur compréhension doivent être travaillées de façon progressive et régulière.

Les **graduations** font partie de l'environnement des adultes soit sous forme de matériels (thermomètres, verres gradués, et plus globalement tous les instruments de mesure), soit dans les graphiques utilisant une droite graduée. Dans de nombreux endroits du référentiel, on rencontre des graduations. Il est important de faire découvrir peu à peu ce que sont (sans les nommer) l'origine d'une graduation, son pas et son sens et de faire travailler les adultes sur les changements de graduation (par exemple verres gradués en litres ou en grammes).

Passer d'un texte à un schéma, d'un schéma à un tableau, d'un tableau à un graphique, etc., permet une meilleure lecture et interprétation des consignes dans un problème. Cela entraîne également les adultes à lire de manière critique un document authentique liant texte et schéma.

La science mathématique utilise des **notations** qui sont quelquefois très formelles. Les symboles correspondants sont souvent difficiles à lire et à retenir. Il faut dans ce domaine ne faire aucune faute « d'orthographe » ou de « grammaire ». Le formateur doit là aussi initier peu à peu les adultes à ce type d'écriture.

Dans le champ numérique, deux savoirs sont fondamentaux et doivent s'acquérir progressivement :
- l'**ordre de grandeur** d'un résultat ;
- l'**intercalation** d'un nombre entre deux autres.

Savoir estimer un ordre de grandeur à tout moment de la vie quotidienne est indispensable quelle que soit la matière étudiée. Cela permet d'être un citoyen responsable, d'éviter d'être surendetté et manipulé par la société de consommation. C'est également un outil indispensable à la résolution de problèmes dans la phase de vérification d'un calcul (mental ou écrit). Quant à l'intercalation, elle est nécessaire au repérage dans le temps et dans l'espace.

Le **repérage dans le temps**, souvent considéré comme faisant partie du domaine cognitif, nous semble relever de celui des mathématiques au même titre que le repérage dans l'espace. C'est pourquoi nous l'avons repéré à chaque fois que les compétences sur l'espace et le temps étaient sollicitées dans le référentiel.

La notion de **réversibilité** se construit de façon progressive et continue. Elle est transversale à de nombreuses activités : qu'un stagiaire comprenne que la division se construit par rapport à la multiplication de la même façon que la soustraction par rapport à l'addition, ou que la division se construit par rapport à la soustraction de la même façon que la multiplication par rapport à l'addition, est un pas de géant dans la compréhension du sens des quatre opérations.

Bien évidemment, nous aurions pu repérer d'autres notions à acquérir progressivement et de manière transversale, mais nous avons préféré sélectionner celles qui nous paraissaient les plus importantes. Nous avons procédé dans le corps du référentiel pour lier objectifs et notions transversales.

320

Tableau récapitulatif des objectifs et situations mettant en œuvre les notions mathématiques transversales

Notions mathématiques transversales		Degré 1	Degré 2	Banque de situations
Décentration		Numération écrite 4 Structuration de l'espace 1, 2, 3, 4, 5, 7		9, 11, 16
Espace graphique	Manipulations d'outils	Numération orale 1, 2, 3, 4, 5, 6 Numération écrite 2, 4, 6, 7 Outils de tracé 1, 2, 3, 4, 5, 6	Connaissance des nombres 1 Tracés géométriques 3, 4, 5, 6, 7	10, 12
	Tableau	Numération orale 1, 2, 3, 4, 5, 6 Numération écrite 5, 6, 7 Ordre 3, 4, 5 Mesure 3	Connaissance des nombres 1 Calcul mental 3, 4 Techniques opératoires 1, 2, 3, 5 Problèmes additifs 6 Mesure et système métrique 4	2, 6, 7, 13, 14, 15, 16
	Tableau à double entrée	Calcul mental 2	Techniques opératoires 4 Mesure et système métrique 1, 3, 5, 6	2, 7, 15, 16
	Quadrillage	Structuration de l'espace 7	Mesure et système métrique 2 Tracés géométriques 1, 2	7, 12
	Schéma	Numération orale 3 Numération écrite 3, 4, 5, 6, 7 Calcul mental 1, 4, 5, 6, 7 Ordre 1, 2 Mesure 2, 3 Outils de tracé 7 Structuration de l'espace 6	Connaissance des nombres 2, 5 Calcul mental 1, 2, 5 Techniques opératoires 3, 5, 6, 7 Problèmes additifs 1, 2, 3, 7 Problèmes multiplicatifs 1, 2, 3, 5, 6, 7 Tracés géométriques 6, 7	
Graduation		Ordre 7 Mesure 4, 5, 6, 7 Outils de tracé 1, 2	Connaissance des nombres 4 Tracés géométriques 5, 6 Problèmes additifs 7 Mesure et système métrique 2, 4, 7	
Lecture de consignes			Problèmes additifs 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Problèmes multiplicatifs 2, 3, 5 Tracés géométriques 6	
Notation	Égalité	Numération écrite 3 Calcul mental 3, 4 Ordre 1	Connaissance des nombres 3 Techniques opératoires 4, 6, 7	2, 8
	Signes et symboles	Numération orale 1, 2, 6, 7 Numération écrite 2 Ordre 6 Mesure 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	Connaissance des nombres 2, 5, 6, 7 Tracés géométriques 6	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 14, 15, 16
	Codage	Numération écrite 6, 7	Problèmes multiplicatifs 6, 7 Tracés géométriques 6	7, 16
Ordre de grandeur		Mesure 1, 4, 5, 6, 7	Calcul mental 7 Problèmes multiplicatifs 4 Mesure et système métrique 7	1, 7, 13, 14
Ordre, intercalation		Numération orale 1, 2, 6, 7 Ordre 7 Mesure 2, 3, 4, 5, 6, 7	Connaissance des nombres 3, 4	6, 8
Repérage dans le temps		Mesure 2, 3	Mesure et système métrique 6	15
Réversibilité		Numération écrite 1, 4, 5 Calcul mental 4, 5, 6, 7 Ordre 1, 2, 3, 5, 6	Calcul mental 5, 6 Techniques opératoires 3, 4 Problèmes additifs 2, 3, 4 Problèmes multiplicatifs 1, 2, 3, 5, 6 Tracés géométriques 4	

DEGRÉ 1 | DEGRÉ 2 | BANQUE DE SITUATIONS | BOUSSOLE

321

Références théoriques

Les références théoriques repérées tout au long du référentiel (par exemple : opérateur, situation-problème, correspondance terme à terme…) sont ici classées par grands domaines mathématiques et explicitées.

À la fin de chaque entrée, un tableau récapitule les objectifs et les situations faisant appel à cette référence théorique.

BOUSSOLE

Références théoriques

Ce lexique reprend toutes les références théoriques repérées dans le référentiel par champs. Elles sont classées par grands domaines mathématiques. À chaque mot-clé correspond un texte apportant une information sur des notions fondamentales mathématiques.

Calcul

On peut faire un calcul de trois façons : mentalement, par écrit ou à l'aide d'une calculatrice. Il existe des liens entre ces différents types de calcul. Le calcul écrit utilise une « technique opératoire », des schémas ou des instruments graphiques de calcul comme des « opérateurs » ou des « arbres de calcul ». Même si le calcul écrit est une activité différente du calcul mental, une faible maîtrise de ce dernier fragilise gravement l'apprentissage des techniques écrites. En effet, pour réussir un algorithme d'une technique opératoire, on a besoin de savoir calculer mentalement avec des nombres simples. De plus, l'organisation imposée d'un algorithme opératoire tendant à oblitérer le sens de l'opération que l'on est en train d'effectuer, un calcul mental permet d'anticiper ou de contrôler l'ordre de grandeur du résultat obtenu.

■ Calcul mental

Le calcul mental se définit naturellement comme celui qui se fait sans le concours de l'écriture. Il est tout à fait différent du calcul écrit : alors que dans ce dernier on opère sur des chiffres, dans un calcul mental, on opère sur des nombres. Par ailleurs, le calcul mental sollicite une « lecture » différente de celle utilisée dans le calcul écrit. En effet, lorsque l'on calcule mentalement, on le fait de la plus grande puissance de dix vers les unités, et lorsque l'on fait une opération écrite, on commence par les unités pour aller vers les plus grandes puissances de dix.

Il est important que chaque adulte développe des automatismes et des procédures permettant de calculer mentalement de manière efficace. Deux types d'activité sont possibles : le calcul mental à partir d'informations chiffrées écrites (où la mémoire à court terme n'est pas sollicitée) et le calcul mental à partir d'informations communiquées à l'oral (où la mémoire à court terme est particulièrement sollicitée).

La pratique du calcul mental dans une formation d'adultes développe différents types de compétences :
- pratiques : ses avantages sont évidents dans la vie quotidienne et son emploi presque journalier ;
- cognitives : elle développe mémoire et organisation ;
- mathématiques : le calcul mental repose sur deux bases fondamentales : la notion du nombre et la pratique des tables d'addition et de multiplication ;
- didactiques : il permet d'illustrer et d'intégrer les propriétés des opérations.

➨ *Références :*

Degré 1	Calcul mental 1, 3, 4, 5, 6 Ordre 1
Degré 2	Calcul mental 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Banque de situations	1, 2, 7, 13

■ Techniques opératoires

Une technique opératoire est un moyen écrit associé à une disposition particulière permettant de trouver quatre types de résultats : une somme, une différence, un produit et un quotient.

Dans les écrits scientifiques, le mot « algorithme » remplace souvent le mot « technique » pour insister sur l'importance de la procédure à suivre, qui comprend des étapes bien précises, réalisées dans un ordre déterminé dans le cadre d'une présentation normée.

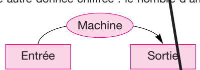
Ces techniques, qui ont mis beaucoup de temps à s'élaborer, varient selon les époques et les cultures. Chacune a des avantages et des inconvénients. Il est donc important, en formation d'adultes, de choisir la technique adéquate en fonction des objectifs à atteindre. Par exemple, la technique de soustraction dite à la française est beaucoup plus complexe que la technique anglaise. L'enseigner est pédagogiquement une erreur sauf si l'adulte doit, dans le futur, passer un examen où cette technique est imposée.

➨ *Références :*

Degré 1	–
Degré 2	Techniques opératoires 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Mesure et système métrique 6
Banque de situations	13

■ Opérateurs

Notre définition des opérateurs n'est pas mathématique mais pédagogique. Chaque opérateur est défini ponctuellement à partir d'un triplet :
- une donnée chiffrée : le nombre de départ ;
- l'opérateur proprement dit, que l'on peut appeler simplement « machine », qui transforme le nombre (une flèche – donc un sens –, accompagnée d'un signe opératoire et d'un nombre entier) ;
- une autre donnée chiffrée : le nombre d'arrivée.

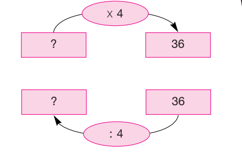


Dans les degrés 1 et 2, les nombres qu'il faut mettre au départ et à l'arrivée sont des nombres entiers. Nous utilisons des machines « simples » qui additionnent et qui multiplient. Nous introduisons l'opérateur réciproque avec des nombres adéquats pour que les calculs soient possibles.

La lecture d'un opérateur est orientée. Il faut s'assurer que les adultes disposent les données au bon endroit (entrée, sortie, machine) et qu'ils sachent, si cela est nécessaire, trouver la machine inverse.

L'opérateur est un outil de calcul et aide de manière efficace à la résolution de problèmes.

Exemple : Mme Rosier a 36 ans, elle dit à son fils Éric : « Aujourd'hui, je suis quatre fois plus vieille que toi. » Quel âge a Éric ?



L'opérateur est un outil permettant la schématisation de calculs mentaux, mettant en valeur les procédures originales de chacun.

➨ *Références :*

Degré 1	Calcul mental 6, 7
Degré 2	Calcul mental 4, 5 Problèmes additifs 2 Problèmes multiplicatifs 1, 2
Banque de situations	7

■ Calculatrice

La calculatrice est apparue en 1972, où elle valait 3 000 francs de l'époque (460 euros). Aujourd'hui, son encombrement est réduit et son prix minime. Il est donc inutile d'entrer dans un débat « pour ou contre » la calculatrice. C'est un outil qui fait partie de la vie quotidienne de chacun, il faut donc l'utiliser en formation.

Dans la vie courante, on utilise avant tout la calculatrice pour calculer et pour vérifier (ou contrôler) des calculs. Pour tous ceux qui n'ont pas de problèmes de manipulation et de repérage spatial, utiliser une calculatrice est plus efficace (dans le cas du calcul) ou plus fiable (dans le cas de la vérification ou du contrôle) que de faire un calcul mental ou une technique opératoire écrite en utilisant un algorithme de calcul.

La calculatrice est un outil pédagogique permettant :
- de concentrer ses efforts, dans la résolution d'un problème, à la compréhension de ce dernier, en dégageant les adultes de l'activité calculatoire (elle permet ainsi de traiter de problèmes réels où les nombres peuvent être grands et les calculs nombreux ou complexes) ;
- de mettre l'accent sur le choix de l'opération plutôt que sur son exécution ;
- de rendre les nombres plus familiers et d'explorer de façon sensible certains concepts mathématiques (fractions, propriétés des opérations, nombres décimaux…) ;
- de favoriser le tâtonnement, l'essai-erreur et l'émergence d'hypothèses ;
- de gagner du temps pour approfondir le travail en mathématique.

Néanmoins, la calculatrice a des inconvénients et nécessite un apprentissage spécifique. Si on frappe sur une mauvaise touche au cours du calcul, le résultat est faux. Il faut donc introduire une vérification systématique de l'ordre de grandeur, où le calcul mental a toute sa place.

Enfin, la calculatrice ne supplée pas la réflexion.

➨ *Références :*

Degré 1	–
Degré 2	Calcul mental 7 Problèmes multiplicatifs 1, 3, 5, 7
Banque de situations	2, 13

DEGRÉ 1 — DEGRÉ 2 — BANQUE DE SITUATIONS — BOUSSOLE

322 — 323